

Экзаменационная работа по математике

Курс: первый

Специальность: 21.02.08 Прикладная геодезия

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sqrt{21 - 4x} = -x$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из них.

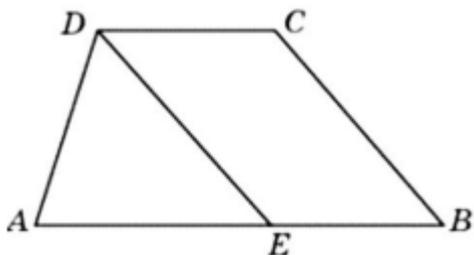
Ответ: _____

2. Заводом изготовлены три партии однотипного углоизмерительного инструмента с оптическим микрометром.

Первая партия имеет 25, вторая 35 и третья 40 приборов. Из числа инструментов первой партии 15 приборов не требуют введения поправок за рен, второй партии — 28 и третьей партии — 36 приборов. Из общего числа инструментов, хранящихся на складе, берут наудачу один прибор. Требуется определить вероятность того, что наудачу выбранный прибор не требует введения поправок за рен.

Ответ: _____

3. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 6, отсекает треугольник, периметр которого равен 18. Найдите периметр трапеции.

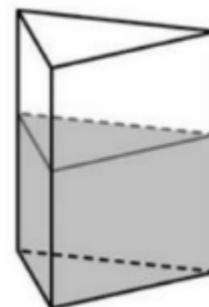


Ответ: _____

4. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{5}} 25$

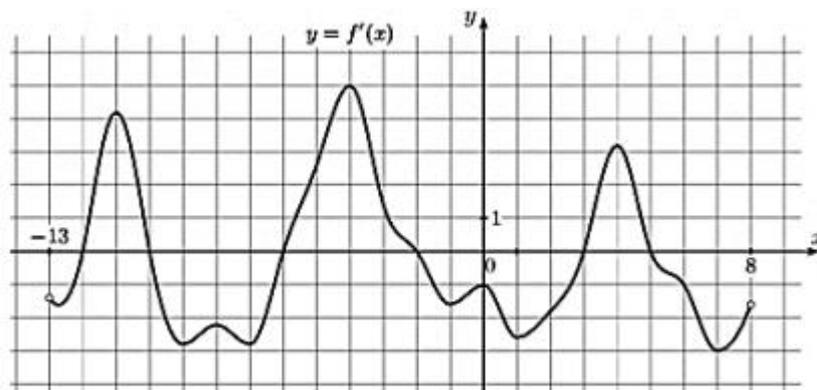
Ответ: _____

5. Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2024 см³ воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 22 см до отметки 25 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см³.



Ответ: _____

6. На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 4]$.



Ответ: _____

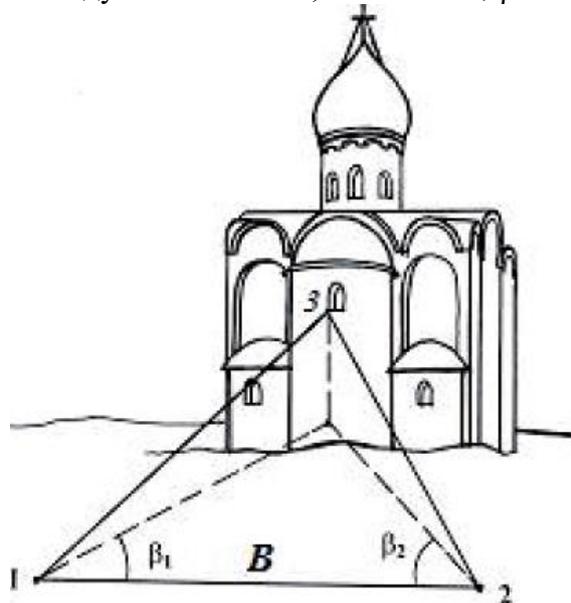
7. Предположим, что по каким-либо причинам, мы не можем измерить расстояние до интересующего нас объекта. В данном случае на местности разбивается базис В1 (рис.) концы которого закрепляются кольшками, арматурой и т.д. (точки 1 и 2). Базис разбивают таким образом, чтобы угол засечки 132 был не менее $25-30^\circ$.

С помощью какого либо мерного прибора (рулетки, мерной ленты и др.) измеряется длина базиса.

В точке 1 устанавливают теодолит и центрируют его с необходимой точностью. На объекте выбирается интересующая нас точка, до которой необходимо определить расстояние и змеряется угол β_1 . Чтобы измерить внутренний угол треугольника 312 (β_1), за начальное направление необходимо принять точку 3.

Затем теодолит устанавливают в точке 2 и измеряют угол β_2 . В этом случае, за начальное направление принимают точку 1.

Вычислите расстояние между точками 1 и 3, если $B = 5\text{ м}$, $\beta_1 = 45^\circ 20'$, $\beta_2 = 65^\circ 30'$

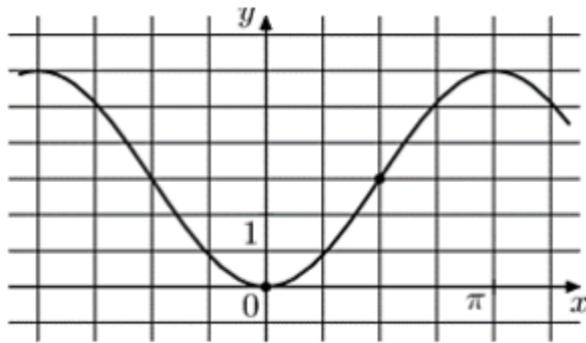


Ответ: _____

8. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Ответ: _____

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .



Ответ: _____

10. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 99% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 91% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 11% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: _____

11. Найдите точку максимума функции $y = (x + 5)^2 e^{7-x}$

Ответ: _____

12. а) Решите уравнение $\sin x - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 2x = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 7\pi/2]$

13. В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда АВ, равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD, перпендикулярный АВ. Построено сечение АВNM, проходящее через прямую АВ перпендикулярно прямой CD так, что точка С и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD, лежат с одной стороны от сечения. а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой. б) Найдите объём пирамиды САВNM

14. Решите неравенство

$$\log_2((x-1)(10+3x-x^2)) + \log_2 \frac{7-x}{10+3x-x^2} \leq -2 + \log_2(9x)$$

15. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы: — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

16. В трапеции ABCD основание AD в два раза больше основания BC. Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые. а) Докажите, что AM=DM. б) Найдите угол BAD, если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC

17. Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - y - 2) = |x|(y - 2) \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

18. Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длина ребер которого выражается целыми числами. Этот склад заполняется прямоугольными контейнерами с размерами $1 \times 1 \times 3$ м. Контейнеры на складе можно класть как угодно, но параллельно границам склада. а) Может ли оказаться, что полностью заполнить склад размером 120 кубометров нельзя? б) Может ли оказаться, что на склад объемом 100 кубометров не удастся поместить 33 контейнера? в) Пусть объем склада равен 800 кубометров. Какой процент объема такого склада удастся гарантировано заполнить контейнерами при любой конфигурации склада?